

MATEMATICA (LB04)

(Lecce - Università degli Studi)

Insegnamento FISICA MATEMATICA	Insegnamento FISICA MATEMATICA	Anno di corso 3
	Insegnamento in inglese MATHEMATICAL PHYSICS	Lingua ITALIANO
GenCod A000477	Settore disciplinare MAT/07	Percorso PERCORSO COMUNE
	Docente titolare Anna Maria CHERUBINI	
	Corso di studi di riferimento MATEMATICA	Sede Lecce
	Tipo corso di studi Laurea	Periodo Primo Semestre
	Crediti 9.0	
	Ripartizione oraria Ore Attività frontale: 63.0	Tipo esame Orale
	Per immatricolati nel 2021/2022	Valutazione Voto Finale
	Erogato nel 2023/2024	Orario dell'insegnamento https://easyroom.unisalento.it/Orario

BREVE DESCRIZIONE DEL CORSO

Nella prima parte del corso si tratterà lo studio qualitativo delle equazioni differenziali ordinarie, nella seconda una introduzione alla meccanica lagrangiana e nozioni di meccanica hamiltoniana.

In English:

In the first part of the course fundamental concepts and results at the basis of the qualitative theory of ordinary differential equations will be presented; the second part consists in an introduction to Lagrangian and Hamiltonian mechanics.

PREREQUISITI

Prerequisiti:

Nozioni sullo studio spettrale di matrici (determinazione di autovalori, autovettori, autospazi e diagonalizzazione).

Competenza sulla risoluzione di sistemi lineari di equazioni differenziali ordinarie a coefficienti costanti.

Nozione di curva, superficie e spazio tangente.

Nozioni di meccanica: equazioni di Newton, energia totale, energia potenziale, momento e quantità di moto. Nozioni sulla meccanica del corpo rigido. Capacità di ricavare le equazioni del moto per semplici sistemi di punti o corpi rigidi.

In English:

Notions on the spectral study of matrices (determination of eigenvalues, eigenvectors, eigenspaces and diagonalisation).

Solution of linear systems of ordinary differential equations with constant coefficients.

Notion of curve, surface and tangent space.

Basic knowledge of mechanics: Newton's equations, total energy, kinetic and potential energy, momenta. Basic notions in rigid body mechanics. Derivation of the equations of motion for simple systems of points or rigid bodies.

OBIETTIVI FORMATIVI

Conoscenze e comprensione. Acquisizione di concetti, risultati e metodi fondamentali nello studio della fisica matematica, sia per quanto riguarda l'area dei sistemi dinamici sia per quanto riguarda i sistemi lagrangiani .

Capacità di applicare conoscenze e comprensione:

- 1 . Capacità di comprendere in modo autonomo testi di argomento fisico-matematico, siano essi libri di testo introduttivi o semplici articoli specialistici.
2. Capacità di dimostrare risultati matematici correlati a quelli spiegati durante il corso e di reperire autonomamente, ove necessario, le informazioni necessarie alla soluzioni di semplici problemi in ambito fisico-matematico.
3. Capacità di formalizzare matematicamente, analizzare e risolvere problemi di moderata difficoltà.

Autonomia di giudizio. Le modalità di esposizione dei contenuti sono finalizzate a migliorare la capacità critica degli studenti, necessaria al lavoro matematico, per esempio nell' analizzare la correttezza di una dimostrazione o la rilevanza di un metodo o di un'argomentazione relativamente all'ambito in cui si lavora.

Abilità comunicative. La modalità di esposizione dei contenuti del corso è volta anche ad educare gli studenti all'uso di un corretto linguaggio matematico e ad una efficace comunicazione di problemi, questioni e risultati scientifici.

Capacità di apprendimento Nel corso delle lezioni verranno proposti esercizio correlati con gli argomenti trattati affinché studenti e studentesse possano applicare e sperimentare in modo autonomo quanto appreso durante il corso.

In English:

Knowledge and understanding. Acquisition of fundamental concepts, results and methods in the study of mathematical physics, both in the area of dynamical systems and Lagrangian systems .

Ability to apply knowledge and understanding:

- 1 . Ability to independently understand texts on topics related to the course, whether introductory textbooks or simple specialist articles.
2. Ability to demonstrate mathematical results related to those explained during the course and to independently find, where necessary, the information required for the solution of simple problems in the field.
3. Ability to mathematically formalise, analyse and solve problems of moderate difficulty.

Autonomy of judgement. The way in which the content is presented is aimed at improving the students' critical capacity, necessary for mathematical work, for example in analysing the correctness of a proof or the relevance of a method or argument in relation to the field in which they are working.

Communication skills. The way the course content is presented is also aimed at educating students in the use of correct mathematical language and effective communication of scientific problems, questions and results.

Learning skills Exercises related to the topics covered will be proposed so that students can independently apply and experiment with what they have learnt during the course.

METODI DIDATTICI

Lezioni frontali.

In English:

In-person lectures.

MODALITA' D'ESAME

L'esame è orale.

Nel corso dell'esame si richiederà l'esposizione di argomenti teorici, in particolare teoremi con semplici dimostrazioni, per verificare la comprensione della teoria e la padronanza del ragionamento dimostrativo.

Inoltre si proporranno problemi ed esercizi per verificare la padronanza profonda degli strumenti matematici esposti durante il corso e la capacità da parte degli esaminandi di risolvere quesiti matematici in autonomia.

In English:

Oral exams.

The exam will include theoretical questions, in particular theorems with simple demonstrations, in order to test the comprehension of the theory.

In addition, problems and exercises will be proposed in order to test the students' mastery of the mathematical tools exposed during the course and their ability to solve mathematical questions independently.

ALTRE INFORMAZIONI UTILI

Come per gli anni passati gli studenti potranno anche fare riferimento ad un blog dedicato per informazioni specifiche.

A dedicated blog with infos and material will be set up.

Orario di ricevimento :

Martedì, dalle 13 alle 14, da ottobre a dicembre 2020 (consiglio di mandare un e-mail per prenotarsi).

In altri periodi previo appuntamento.

Office Hours: Tuesday 13-14.

1 Studio qualitativo di sistemi di equazioni differenziali ordinarie.

Definizione spazio delle fasi, soluzione, orbita per sistemi di ODE al primo ordine (o sistema dinamico).

Teorema di Cauchy-Kowalevskaya; dipendenza continua dai dati iniziali e dai parametri.

Definizione e proprietà del flusso.

Integrali primi; derivata di Lie.

Stabilità: funzione di Lyapunov e secondo teorema di stabilità di Lyapunov. Teorema di Lagrange-Dirichlet

Ritratto in fase di sistemi meccanici con un grado di libertà.

Esponenziale di una matrice e soluzioni di un sistema dinamico lineare, con particolare attenzione al caso diagonalizzabile.

Classificazione dell'equilibrio di un sistema lineare piano.

Stabilità dell'equilibrio di un sistema lineare n-dimensionale. Definizione di sottospazi stabili, instabili e centrali. Definizione di matrice iperbolica o ellittica; definizione di equilibrio iperbolico.

Equilibrio in sistemi non lineari:

Il teorema di Hartman-Grobman.

Il teorema della varietà stabile.

Primo teorema di Lyapunov.

Cicli limite.

Teorema di Poincaré-Bendixson.

Biforcazioni in un sistemi mono e bidimensionale. Biforcazione tangente, transcritica, a forchetta.

Biforcazione di Hopf.

2 Elementi di meccanica lagrangiana

Introduzione e motivazione del formalismo lagrangiano.

Equazioni di Lagrange per N punti materiali soggetti a vincoli ideali fissi o dipendenti dal tempo

Coordinate cicliche. Lagrangiane ridotte.

Il teorema di Noether.

Lagrangiana per un corpo rigido.

Piccole oscillazioni per problemi lagrangiani; modi normali di oscillazione.

Equazione di Eulero-Lagrange e principio di minima azione.

3 Introduzione al formalismo Hamiltoniano.

- Dalle equazioni di Lagrange alle equazioni di Hamilton attraverso la trasformata di Legendre.

- Struttura simplettica del campo Hamiltoniano.

- Proprietà del flusso Hamiltoniano. Teorema di Liouville.

- Teorema del ritorno di Poincaré nel caso di flusso Hamiltoniano.

- Definizione di prodotto scalare simplettico. Definizione di parentesi di

Poisson e loro proprietà; identità di Jacobi. Parentesi di Poisson fondamentali

- Definizione di trasformazioni canoniche.

- Caratterizzazione di una trasformazione strettamente canonica attraverso la matrice Jacobiana.
- Caratterizzazione di una trasformazione strettamente canonica attraverso la conservazione delle parentesi di Poisson.
- Funzioni generatrici di trasformazioni canoniche
- Definizione di sistemi integrabili.
- Variabili azione-angolo in casi semplici
- L'equazione di Hamilton-Jacobi.

In English:

1. Qualitative Theory for ordinary differential equations

Definition of phase space, solution and orbit for a system of ODEs (dynamical system).

Cauchy - Kowalevskaya theorem; continuous dependence of solutions from initial data and parameters .

Definition and properties of the flow .

First integrals and Lie derivative.

Stability: Lyapunov function and second Lyapunov theorem; Lagrange - Dirichlet theorem

Phase portrait of mechanical systems with one degree of freedom.

Exponential of a matrix and solutions of a linear dynamic system.

Classification of equilibria of a linear plane system.

Stability of an n-dimensional linear system; stable, unstable and central subspaces.

Stability in non- linear systems: the Hartman - Grobman theorem, the stable manifold theorem, first Lyapunov theorem.

Limit cycles and Poincaré-Bendixson theorem .

Bifurcations in one and two-dimensional systems: tangent, transcritical and pitchfork bifurcation. Hopf bifurcation.

2. Introduction to Lagrangian mechanics

Introduction and motivation of the Lagrangian formalism.

Lagrange equations for N points under ideal constraints.

Cyclic coordinates and reduced Lagrangian .

Noether's theorem .

Lagrangian for a rigid body .

Small oscillations and normal modes of oscillation.

Euler- Lagrange equations and the principle of minimum action.

3 Introduction to Hamiltonian systems

- From Lagrange's equations to the Hamiltonian equations via the Legendre transform.

- Symplectic structure of the Hamiltonian field.

- Properties of Hamiltonian flow. Liouville's theorem.

- Poincaré return theorem in the case of Hamiltonian flow.

- Definition of symplectic scalar product. Definition of Poisson brackets and their properties; Jacobi identity. Fundamental Poisson brackets.

- Definition of canonical transformations.

- Characterisation of a strictly canonical transformation through the Jacobian matrix.

- Characterisation of a strictly canonical transformation through the conservation of Poisson brackets.

- Generating functions of canonical transformations

- Definition of integrable systems.
 - Action-angle variables in simple cases-
- The Hamilton-Jacobi equation.

TESTI DI RIFERIMENTO

Testi di riferimento (Recommended texts)

Attenzione: non ci sono dispense del corso scritte dalla docente. Sono in circolazione appunti di uno studente che ha seguito un corso precedente spesso malintesi come dispense ufficiali del corso. NON LO SONO! Gli/le studenti sono invitati/e a non fare riferimento ad essi come materiale di studio bensì ai testi indicati nel seguito.

G.Benettin, L.Galgani, A.Giorgilli, *Appunti di Meccanica Razionale*, Ed. Progetto, Padova

A.Celletti, *Esercizi di meccanica razionale*, Aracne, Roma (2003)

P.Glendinning, *Stability, Instability and Chaos: An Introduction to the Theory of Nonlinear Differential Equations*, Cambridge University Press (1994)

M.Hirsch, S.Smale, R.Devaney, *Differential Equations, Dynamical Systems and an Introduction to Chaos*, III Edition, Elsevier (2012)

L. Perko, *Differential Equations and Dynamical Systems, III Edition*, Springer (2001).

S. Strogatz, *Nonlinear dynamics and chaos: with applications to physics, biology, chemistry, and engineering*, II edition, Westview Books (2015)

Per la parte Lagrangiana e Hamiltoniana possono anche essere utili:

F. Scheck, *Mechanics: from Newton's laws to deterministic chaos*, Springer (qualunque edizione)

A. Fasano, S. Marmi, *Meccanica Analitica*, Bollati Boringhieri.

J.V. José, E.J. Salentán, *Classical dynamics: a contemporary approach*, Cambridge University Press