

# MATEMATICA (LB04)

(Lecce - Università degli Studi)

## Insegnamento GEOMETRIA IV

Insegnamento GEOMETRIA IV

Anno di corso 2

Insegnamento in inglese GEOMETRY IV Lingua ITALIANO

Settore disciplinare MAT/03

Percorso PERCORSO COMUNE

GenCod A002751

Docente titolare Giovanni CALVARUSO

Corso di studi di riferimento  
MATEMATICA

Tipo corso di studi Laurea

Sede Lecce

Crediti 9.0

Periodo Secondo Semestre

Ripartizione oraria Ore Attività frontale: 63.0

Tipo esame Orale

Per immatricolati nel 2021/2022

Valutazione Voto Finale

Erogato nel 2022/2023

Orario dell'insegnamento

<https://easyroom.unisalento.it/Orario>

### BREVE DESCRIZIONE DEL CORSO

Obiettivo principale del corso è quello di introdurre lo studente a concetti e metodi di base della geometria differenziale di curve e superfici.  
Particolare attenzione è data alla scelta degli esempi e degli esercizi, alla comprensione delle argomentazioni (anche enfatizzando l'aspetto geometrico in vista dei corsi successivi) e al rigore nella presentazione dei concetti e dei ragionamenti.

### PREREQUISITI

Geometria I, Geometria II, Analisi Matematica I, Analisi Matematica II.

### OBIETTIVI FORMATIVI

**Conoscenze e comprensione:** possedere una solida preparazione con un ampio spettro di conoscenze di base della geometria differenziale di curve e superfici.  
**Capacità di applicare conoscenze e comprensione:** essere in grado di formalizzare matematicamente problemi di moderata difficoltà, ma correlati ad argomenti svolti nel corso; essere capaci di leggere e comprendere, in modo autonomo, testi di base di geometria differenziale di curve e superfici.  
**Autonomia di giudizio:** l'esposizione dei contenuti e delle argomentazioni sarà svolta in modo da migliorare la capacità dello studente di riconoscere dimostrazioni rigorose e individuare ragionamenti fallaci.  
**Abilità comunicative:** la presentazione degli argomenti sarà svolta in modo da consentire l'acquisizione di una buona capacità di comunicare problemi, idee e soluzioni riguardanti la geometria differenziale di curve e superfici, sia in forma scritta che orale.  
**Capacità di apprendimento:** saranno indicati argomenti da approfondire, strettamente correlati con l'insegnamento, al fine di stimolare la capacità di apprendimento autonomo dello studente.

### METODI DIDATTICI

Lezioni frontali ed esercitazioni in aula.

---

## MODALITA' D'ESAME

L'esame consiste di una prova di esercizi e di una prova di teoria. La prova di esercizi riguarda argomenti trattati nel corso.

La prova di teoria consiste nella verifica dell'abilità di esporre in modo chiaro e rigoroso alcuni contenuti del corso.

---

## PROGRAMMA ESTESO

**Generalità su curve e superfici di  $\mathbb{R}^3$ .** Rappresentazioni di curve e superfici. Coordinate cilindriche e sferiche. Superfici rigate. Coni. Cilindri. Curva proiezione. Superficie di rotazione. Coniche: il piano proiettivo; classificazione affine e proiettiva; polarità; diametri, centro ed assi. Classificazione proiettiva e affine delle quadriche. Le quadriche di rango 3 e di rango 4. Equazioni canoniche.

**Geometria differenziale delle curve di  $\mathbb{R}^3$ .** Funzioni Differenziabili. Spazio tangente a  $\mathbb{R}^n$  in un suo punto. Campi di vettori su aperti di  $\mathbb{R}^3$ .

Il campo gradiente. Curve differenziabili parametrizzate. Curve regolari. Vettore velocità. Ascissa curvilinea. Cambiamento di parametro.

Derivata direzionale. Il differenziale di un'applicazione differenziabile. Differenziale di una isometria. Orientazione dello spazio.

Campi di vettori lungo una curva. Curvatura, torsione e formule di Frenet. Piano osculatore e Cerchio osculatore.

Caratterizzazione di curve piane, di archi di circonferenza, di eliche circolari ed eliche cilindriche (Teorema di Lancret).

Curvatura di curve sulla sfera. Curvatura con segno di curve piane. Apparato di Frenet per curve regolari a velocità arbitraria. Il Teorema fondamentale sulle curve (prima parte: CNS per la congruenza di due curve). Il Teorema fondamentale sulle curve (seconda parte: esistenza).

**Geometria differenziale delle superfici di  $\mathbb{R}^3$ .** Superfici regolari. La sfera  $S^2$ . Superficie grafico di una funzione. Superfici di livello.

Cambiamento di parametri e funzioni differenziabili su superfici.

Curve coordinate su una superficie. Piano tangente a una superficie.

Differenziale di una funzione differenziabile tra superfici. Prima forma fondamentale. Superfici orientabili.

Operatore forma e seconda forma fondamentale. Curvature e vettori principali. Curvatura gaussiana e media.

Punti ellittici, iperbolici, parabolici, planari e ombelicali. Direzioni asintotiche.

Teorema di Meusnier (sulla curvatura normale). Curvatura geodetica. Curvature principali e curvature normali.

Rappresentazione dell'operatore forma in termini dei coefficienti della prima e della seconda forma fondamentale.

Formule che esprimono la curvatura gaussiana e media in funzione dei coefficienti della prima e della seconda forma fondamentale.

Approssimazione quadratica di una superficie.

Superfici isometriche. Superfici congruenti.

Il Teorema fondamentale sulle superfici.

---

## TESTI DI RIFERIMENTO

D. Perrone, Un'introduzione alla Geometria Differenziale di curve e superfici, ESE Salento University Publishing, Quaderni di Matematica, Q2/2017 (eISBN: 978-88-8305-132-6); disponibile online su <http://siba-ese.unisalento.it/index.php/quadmat/issue/current>

R.A. Marinosci, Complementi di Geometria (coniche e quadriche), disponibile online

A. Sanini, Lezioni di Geometria, Editrice Levrotto e Bella, Torino, 1993.

Appunti dalle lezioni.