

# OTTICA E OPTOMETRIA (LB24)

(Lecce - Università degli Studi)

## Insegnamento ISTITUZIONI DI ANALISI MATEMATICA

GenCod A004611

Docente titolare LUCIANA ANGIULI

**Insegnamento** ISTITUZIONI DI ANALISI MATEMATICA

**Insegnamento in inglese** FOUNDATIONS OF MATHEMATICAL

**Settore disciplinare** MAT/05

**Corso di studi di riferimento** OTTICA E OPTOMETRIA

**Tipo corso di studi** Laurea

**Crediti** 6.0

**Ripartizione oraria** Ore Attività frontale: 52.0

**Per immatricolati nel** 2016/2017

**Erogato nel** 2016/2017

**Anno di corso** 1

**Lingua** ITALIANO

**Percorso** PERCORSO GENERICO/COMUNE

**Sede** Lecce

**Periodo** Primo Semestre

**Tipo esame** Orale

**Valutazione** Voto Finale

**Orario dell'insegnamento**

<https://easyroom.unisalento.it/Orario>

### BREVE DESCRIZIONE DEL CORSO

MATEMATICA: Numeri reali e complessi. Funzioni. Limiti e continuità. Calcolo differenziale. Calcolo integrale. Funzioni reali di due variabili reali (cenni). Equazioni differenziali (cenni)

### PREREQUISITI

Sono richieste le conoscenze di base dell'Analisi Matematica che usualmente vengono insegnate nella scuola media superiore: insiemi, numeri, operazioni algebriche, rappresentazioni nel piano cartesiano, sistemi di coordinate, soluzione di equazioni e disequazioni algebriche, irrazionali, esponenziali, logaritmiche e trigonometriche.

### OBIETTIVI FORMATIVI

L'obiettivo è di fare in modo che gli studenti acquisiscano le basi del calcolo per funzioni di una variabile, in modo da essere in grado di risolvere autonomamente semplici problemi nel campo. Gli studenti dovranno essere in grado di tracciare e saper leggere grafici di funzioni di una variabile, di studiare le funzioni di variabile reale. Inoltre dovranno saper calcolare alcuni tipi di integrali e risolvere alcune forme di equazioni differenziali.

### METODI DIDATTICI

Lezioni frontali ed esercitazioni in classe.

### MODALITA' D'ESAME

L'esame consiste di una prima prova scritta (mirata a valutare la capacità dello studente di risolvere problemi ed esercizi) e una seconda orale (mirata a valutare le conoscenze teoriche). Il superamento della prova scritta dà l'accesso a quella orale; il voto finale è mediato fra le due prove.

**MATEMATICA**

**Numeri reali e complessi** Elementi di teoria degli insiemi. Insiemi numerici  $\mathbb{N}; \mathbb{Z}$  e  $\mathbb{Q}$ . Descrizione assiomatica di  $\mathbb{R}$ . Modulo (o valore assoluto) di un numero reale e sue proprietà(\*). Sottoinsiemi di  $\mathbb{R}$ : sottoinsiemi limitati, intervalli, intorno. Maggiorante, minorante, massimo, minimo per un insieme. Estremo superiore, estremo inferiore e loro caratterizzazione. Assioma di completezza. Esistenza in  $\mathbb{R}$  della radice quadrata di 2 e sua irrazionalità(\*).

Funzioni: definizioni generali (definizione di funzione, immagine, grafico, funzione composta, funzione iniettiva, suriettiva, bigettiva, funzione inversa). Funzioni reali di una variabile reale. Funzioni monotone, funzioni crescenti e decrescenti. Funzioni elementari: valore assoluto, potenze, polinomi, radici aritmetiche, funzioni razionali, esponenziali, logaritmi, potenze reali, funzioni trigonometriche. Funzioni inverse. Operazioni sui grafici.

Numeri complessi: introduzione. Definizione di  $\mathbb{C}$  come  $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$  con le operazioni in  $\mathbb{C}$ ;  $\mathbb{C}$  non ammette ordinamento totale. Modulo e coniugato di un numero complesso. Forma trigonometrica e forma esponenziale; significato geometrico di somma e prodotto. Radici n-esime di un numero complesso(\*). Radici (o zeri) di un polinomio e loro molteplicità. Teorema fondamentale dell'algebra. Un polinomio a coefficienti reali ha le radici complesse a due a due coniugate.

**Successioni** Definizione, definizione di limite, unicità del limite(\*), esempi di limiti. Teorema della permanenza del segno e confronto. Teorema dei due carabinieri(\*). Ogni successione convergente è limitata(\*). Se  $a_n$  converge ad  $a$  allora  $|a_n|$  converge ad  $|a|$ (\*). Le successioni monotone sono regolari. Definizione di sottosuccessione, se una successione ammette limite ogni sua sottosuccessione ammette lo stesso limite, Esercizi e calcolo di limiti di alcune successioni. Monotonia della successione di Nepero e sua limitatezza. Numero  $e$ . Limiti notevoli per le successioni. Teorema di Bolzano-Weierstrass. Infiniti, infinitesimi e confronti asintotici. Principio di induzione con applicazioni.

**Limiti e continuità** Funzioni reali di una variabile reale: punto di accumulazione per un insieme. Definizione di limite. Esempi, unicità del limite(\*), limiti destro e sinistro, esistenza del limite destro e sinistro per funzioni monotone, teoremi della permanenza del segno, del confronto, dei due carabinieri(\*); limite di una somma, di un prodotto, di un rapporto. Limiti notevoli. Forme indeterminate. Limiti notevoli.

Funzioni continue: definizione ed esempi. Punti di discontinuità: classificazione ed esempi. Teorema della permanenza del segno. La somma, il prodotto, il rapporto (quando ha senso) di due funzioni continue è continua, la composizione di due funzioni continue è continua. Le funzioni elementari sono continue. Teorema di Weierstrass. Teorema di esistenza degli zeri. Teorema dei valori intermedi(\*). Controesempi. Continuità della funzione inversa. Esempi e controesempi.

**Calcolo differenziale.** Funzioni derivabili: rapporto incrementale, definizione di derivata, derivate destra e sinistra. Una funzione derivabile è continua(\*). Significato geometrico della derivata: equazione della retta tangente ad un grafico. Derivate: esempi di funzioni derivabili e non derivabili, derivata della funzione  $f(x) = x^n$ ;  $n$  in  $\mathbb{N}$  e di  $f(x) = |x|$ . Operazioni con le derivate, derivata della funzione composta, derivata dell'inversa di una funzione, derivate delle funzioni elementari(\*). Definizione di estremo relativo. Teorema di Fermat(\*). Teoremi fondamentali del calcolo differenziale: Rolle(\*), Cauchy(\*), Lagrange(\*). Monotonia e derivabilità(\*). Teorema di de l'Hopital(\*). Applicazioni. Derivate successive. Convessità e concavità: definizione, definizione per le funzioni non derivabili. Caratterizzazione della convessità mediante derivate prime e seconde(\*). Asintoti. Flessi. Grafici di funzioni. Confronto locale tra funzioni: funzioni asintotiche, o piccolo. Infiniti e infinitesimi. Formula di Taylor. Sviluppi di alcune funzioni elementari. Applicazioni della formula di Taylor: calcolo dello sviluppo di alcune funzioni, calcolo di limiti, calcolo dell'ordine di infinitesimo di alcune funzioni. Condizioni sulle derivate di ordine superiore affinché un punto sia di estremo relativo interno.

**Calcolo integrale** Primitive e loro proprietà. Integrale definito: somme integrali inferiori e somme integrali superiori; funzioni integrabili secondo Riemann. Proprietà dell'integrale. Integrabilità delle funzioni continue, delle funzioni continue a tratti, delle funzioni monotone. Teorema della media integrale(\*), teorema fondamentale del calcolo integrale(\*), integrale indefinito, secondo teorema

fondamentale del calcolo integrale(\*). Integrazione delle funzioni elementari e metodi d'integrazione indefinita: integrazione per parti e per sostituzione. Integrale delle funzioni razionali, trigonometriche, irrazionali. Calcolo di integrali definiti. Integrali impropri di prima e seconda specie. Criteri d'integrabilità.

**Equazioni differenziali** Equazioni differenziali di tipo normale. Equazioni differenziali lineari del primo ordine. Integrale generale. Problema di Cauchy. Teorema di esistenza ed unicità per il problema di Cauchy relativo ad equazioni del 1° ordine lineare. Integrale generale delle equazioni lineari del 1° ordine. Equazioni a variabili separabili. Equazioni differenziali lineari di ordine superiore a coefficienti costanti, omogenee e non.

**(\*)Gli asterischi indicano quali risultati sono stati dimostrati a lezione che possono essere oggetto di verifica durante la prova orale.**

---

#### TESTI DI RIFERIMENTO

Si consiglia di utilizzare le dispense **LEZIONI-AM1** (disponibili alla sezione Materiale Didattico) dei proff. A. Albanese, A. Leaci e D. Pallara

*Altri testi di riferimento sono i seguenti*

P. Marcellini, C. Sbordone, Calcolo, Liguori, Napoli

P. Marcellini- C.Sbordone: "Esercitazioni di matematica", vol.1 parte 1ª e 2ª e vol.2 parte 1ª, Liguori Editore