

# MATEMATICA (LB04)

(Lecce - Università degli Studi)

## Insegnamento GEOMETRIA III

GenCod A002749

**Docente titolare** Alessandro MONTINARO

**Insegnamento** GEOMETRIA III

**Anno di corso** 2

**Insegnamento in inglese** GEOMETRY III **Lingua** ITALIANO

**Settore disciplinare** MAT/03

**Percorso** PERCORSO COMUNE

**Corso di studi di riferimento** MATEMATICA

**Tipo corso di studi** Laurea

**Sede** Lecce

**Crediti** 9.0

**Periodo** Primo Semestre

**Ripartizione oraria** Ore Attività frontale: 63.0

**Tipo esame** Orale

**Per immatricolati nel** 2023/2024

**Valutazione** Voto Finale

**Erogato nel** 2024/2025

**Orario dell'insegnamento**

<https://easyroom.unisalento.it/Orario>

### BREVE DESCRIZIONE DEL CORSO

ITALIAN

L'acquisizione di alcuni tra i più importanti concetti della Topologia Generale.

ENGLISH

The acquisition of some of the most important topics of General Topology.

### PREREQUISITI

ITALIAN

Aver superato l'esame di Geometria III. Avere una buona conoscenza degli argomenti trattati ad Analisi I e a Geometria I e II.

ENGLISH

Having passed Geometry III. Having a good knowledge of the topics treated in Analysis I and Geometry I and II.

---

## OBIETTIVI FORMATIVI

### ITALIAN

**Conoscenze e comprensione.** Possedere una buona di conoscenza dei contenuti di una importanti area della matematica: la Topologia Generale.

**Capacità di applicare conoscenze e comprensione.** Saper riprodurre autonomamente, in maniera rigorosa i contenuti acquisiti nel corso. Saperli utilizzare nella risoluzione degli esercizi.

**Autonomia di giudizio.** Saper estrapolare e interpretare i dati ritenuti utili a determinare giudizi autonomi riguardanti sia problemi strettamente collegati alle tematiche sviluppate nel corso, sia problemi non necessariamente di ambito matematico.

**Abilità comunicative.** Saper comunicare problemi, soluzioni e dimostrazioni inerenti ad argomenti di Topologia Generale a interlocutori specialisti e non specialisti.

**Capacità di apprendimento.** Saper collegare, mettere insieme, sintetizzare argomenti provenienti da diverse aree della matematica e apparentemente diversi. Saper sfruttare le conoscenze acquisite nel corso per risolvere problemi in cui la topologia rappresenta un utile strumento.

### ENGLISH

**Knowledge and understanding.** To possess a good knowledge of the contents of two important areas of mathematics: the General Topology.

**Applying knowledge and understanding.** To be able to reproduce the contents acquired during the course in a rigorous manner. Know how to use them for the exercise resolutions.

**Making Judgments.** To be able to extrapolate and interpret the useful data deemed to make judgments concerning problems closely related to the course contents, and to problems not necessarily of a mathematical scope.

**Communication.** Knowing how to communicate problems, solutions and demonstrations related to General Topology to specialists and non-specialist interlocutors.

**Lifelong learning skills.** Knowing how to connect, put together, summarize topics from different areas of mathematics. To be able to exploit the knowledge acquired in the course to solve problems in which the General Topology represents a useful tool.

---

## METODI DIDATTICI

### ITALIAN

Lezioni frontali ed esercitazioni.

### ENGLISH

Lectures and exercises.

---

## MODALITA' D'ESAME

### ITALIAN

L'esame consiste di una prova scritta e di una orale. Entrambe le prove hanno come obiettivo quello di verificare il grado di comprensione dei contenuti del corso, sia la capacità da parte dello studente di saperli collegare tra loro in modo rigoroso.

- La prova scritta ha la durata di due 2 ore e consiste nella risoluzione di tre esercizi di Topologia Generale;
- La prova orale ha la durata di circa 45' e consiste di almeno tre domande inerenti a parti del corso diverse.

La partecipazione alla prova orale è subordinata al superamento di quella scritta. La prova scritta si ritiene superata se viene conseguito voto maggiore o uguale a 18/30. Chi supera la prova scritta ha la possibilità di sostenere al più due prove orali nella stessa sessione d'esame. Lo studente che non supera le due prove orali nella stessa sessione d'esame dovrà ripetere la prova scritta. Lo studente supera l'esame se la media aritmetica dei voti conseguiti nella prova scritta e in quella orale è maggiore o uguale a 18/30.

Gli studenti italiani dovranno prenotarsi per sostenere l'esame finale utilizzando esclusivamente le modalità online previste dal sistema VOL.

Gli studenti ERASMUS dovranno effettuare la prenotazione dell'esame via mail all'indirizzo: [alessandro.montinaro@unisalento.it](mailto:alessandro.montinaro@unisalento.it) almeno un giorno prima della data dell'esame. Chiaramente possono sostenere l'esame in lingua inglese. Nel caso di superamento della prova, la verbalizzazione del voto sarà effettuata mediante un verbale cartaceo.

### ENGLISH

The exam consists of a written and an oral test. Both tests aim to verify the degree of understanding of the course contents and the student's ability to know how to connect them rigorously.

- The duration of the written test is of 2 hours and consists of the resolution of three exercises, two of General Topology;
- The duration of the oral exam is of 45 minutes and consists of at least three questions related to different parts of the course contents.

The written test is considered passed if a grade greater than or equal to 18/30 is achieved. Those who pass the written test have the opportunity to take the oral tests twice at most during the same examination session. The student who does not pass the two oral tests in the same examination session will have to repeat the written test. The student passes the exam if the arithmetic average of the grades obtained in the written and in the oral test is greater than or equal to 18/30.

Italian students must register to take the final exam only via the online methods provided by the VOL system.

ERASMUS students must register to take the the exam via email at: [alessandro.montinaro@unisalento.it](mailto:alessandro.montinaro@unisalento.it) at least one day before the exam date. Clearly, they can take the exam in English. If they pass the exam, the grade will be recorded using an appropriate written

---

## APPELLI D'ESAME

Calendario Appelli d'Esame a.a. 2020/2021

**Sessione Invernale**

**Sessione Estiva**

**Sessione Autunnale**

**Sessione Straordinaria**

**Appelli per Studenti Fuori Corso**

---

ALTRE INFORMAZIONI UTILI

ITALIAN

Avere una forte motivazione e amore per la matematica.

ENGLISH

Having a strong motivation and love for math.

**TOPOLOGIA GENERALE**

**Spazi Topologici.** Spazi topologici: topologia banale, topologia discreta, topologia con tre aperti, topologia naturale di  $\mathbb{R}$ , topologia delle semirette sinistre aperte, topologia degli intervalli chiusi a sinistra e aperti a destra, topologia naturale di  $\mathbb{R}^n$ . Relazione di finezza tra topologie. Insiemi chiusi, topologia cofinita, varietà algebriche e topologia di Zariski. Chiusura topologica, interno di un insieme. Intorni, sistemi fondamentali di intorni, basi e sottobasi topologiche. Punti di aderenza, punti di accumulazione e derivato di un insieme. Insiemi perfetti, densi. Frontiera di un insieme.

**Applicazioni continue.** Applicazione tra spazi topologici continua in un punto. Equivalenza con la definizione di continuità in senso classico nel caso della topologia naturale di  $\mathbb{R}^n$ . Applicazioni continue tra spazi topologici e relativa caratterizzazione. Applicazioni aperte e relativa caratterizzazione. Applicazioni continue e aperte. Omeomorfismi e relativa caratterizzazione. Topologia immagine diretta. Topologia immagine inversa.

**Sottospazi. Prodotti. Quozienti.** Sottospazi di uno spazio topologico. Sottospazi e applicazioni continue. Prodotto di spazi topologici (caso finito e infinito). spazio topologico quoziente. Applicazioni quoziente e continuità.

**Assiomi di separazione e di numerabilità.** Spazi di Hausdorff ( $T_2$ ). Assiomi di numerabilità, spazi separabili, spazi di Lindelöf.

**Spazi metrici.** Spazi metrici e isometrie. Topologia indotta da una metrica. Spazi metrizzabili, spazi metrici equivalenti. Proprietà metriche e proprietà

topologiche di uno spazio metrico. Assiomi di numerabilità in uno spazio metrico. Gli spazi metrici sono di Hausdorff. Sottospazi di uno spazio metrico. Prodotto di spazi metrici. Successioni di punti di uno spazio topologico convergenti. Teorema di caratterizzazione delle applicazioni continue mediante successioni.

**Connessione.** Spazi topologici connessi. Connessione nello spazio euclideo  $\mathbb{R}^n$ : gli intervalli sono tutti e soli i connessi di  $\mathbb{R}$ , connessione per poligonali in  $\mathbb{R}^n$  ed equivalenza con il concetto di connessione nel caso degli aperti. Insiemi convessi. Spazi connessi e applicazioni continue. Connessione per archi. Componenti connesse. Spazi topologici totalmente sconnessi.

**Compattezza.** Spazi topologici compatti. Teorema di Wallace, compattezza e chiusura topologica. Spazi compatti ed applicazioni continue. Prodotto di spazi topologici compatti, Teorema di Tychonoff (solo enunciato) . Sottospazi compatti di  $\mathbb{R}^n$ : Teorema di Heine-Pincherle-Borel. Teorema di Bolzano-Weierstrass: i compatti di  $\mathbb{R}^n$  sono tutti e soli gli insiemi chiusi e limitati.

**GENERAL TOPOLOGY**

**Topological spaces.** Topological spaces: the trivial topology, the discrete topology, the three open topology, the Euclidean topology of  $\mathbb{R}$ , the upper topology, the left half-open interval topology, the Euclidean topology of  $\mathbb{R}^n$ . Finer and coarser topologies. Closed sets, cofinite topology, algebraic varieties and Zariski topology. Topological closure, Interior of a set. Neighbourhood of a point, local basis of neighbourhoods, topological bases and sub-bases. adherent points, accumulation points and derived set. Perfect sets, dense sets. Boundary of a set.

**Continuous maps.** Continuity at a point. Equivalence between the definitions of continuity at a point in the classical sense in the sense of the Euclidean topology of  $\mathbb{R}^n$ . Continuous maps between topological spaces and relative characterization. Open maps and relative characterization. Continuous and open maps. Homeomorphism and relative characterization. Direct image topology. Inverse image topology.

**Subspaces. Products. Quotients.** Subspaces of a topological space. Subspaces and continuous maps. Product of topological spaces (finite and infinite case). Topological quotient space. Quotient spaces and continuous maps.

**Axioms of separation and numerability.** Hausdorff spaces ( $T_2$ ). Countability axioms, separable spaces, Lindelöf spaces.

**Metric spaces.** Metric spaces and isometries. Metric topology. Metrizable spaces, equivalent metric spaces. Metric properties and topological properties of a metric space. Numerability axioms in a metric space. Metric spaces are Hausdorff. Subspaces of a metric space. Product of metric spaces. Convergent sequences of points in a topological space. Sequentially continuous maps.

**Connectedness.** Connected topological spaces. Connectedness in the Euclidean space  $\mathbb{R}^n$ : the intervals are the unique connected subsets of  $\mathbb{R}$ ; Polygonally path-connected subsets of  $\mathbb{R}^n$ , equivalence of connectedness types in the open set case. Convex sets. Connected spaces and continuous maps. Path-Connectedness. Connected components. Totally disconnected topological spaces.

**Compactness.** Compact topological spaces. The Wallace's theorem, compactness and topological closure. Compact spaces and continuous maps. Product of compact topological spaces, The Tychonoff's theorem (statement only). Compact subspaces of  $\mathbb{R}^n$ : The Heine-Borel's theorem. The Bolzano-Weierstrass' Theorem: the unique compact subspaces of  $\mathbb{R}^n$  are the closed and bounded sets.

---

## TESTI DI RIFERIMENTO

Per la Topologia Generale:

- M. Manetti, Topologia, Springer-Verlag, Italia, Milano (2014)
- G. Tallini, Strutture Geometriche, Liguori Editore (1970).
- S. Willard, General Topology, Dover Books on Mathematics (2012)