

INGEGNERIA BIOMEDICA (LB49)

(Lecce - Università degli Studi)

Insegnamento ANALISI MATEMATICA E GEOMETRIA II (MOD. A/B)

GenCod A005397

Docente titolare LUCIANA ANGIULI

Insegnamento ANALISI MATEMATICA E
GEOMETRIA II (MOD. A/B)

Insegnamento in inglese
MATHEMATICAL ANALYSIS AND

Settore disciplinare MAT/05

Corso di studi di riferimento
INGEGNERIA BIOMEDICA

Tipo corso di studi Laurea

Crediti 12.0

Ripartizione oraria Ore Attività frontale:
108.0

Per immatricolati nel 2023/2024

Erogato nel 2024/2025

Anno di corso 2

Lingua ITALIANO

Percorso PERCORSO COMUNE

Sede Lecce

Periodo Primo Semestre

Tipo esame Orale

Valutazione Voto Finale

Orario dell'insegnamento

<https://easyroom.unisalento.it/Orario>

BREVE DESCRIZIONE DEL CORSO

Funzione di più variabili reali. Successioni e serie di funzioni. Integrazione multipla. Equazioni differenziali. Curve e superfici. Geometria analitica e algebra lineare.

PREREQUISITI

Gli argomenti del Corso di Analisi Matematica e Geometria I

OBIETTIVI FORMATIVI

Conoscenze e comprensione. Acquisire una solida preparazione con un ampio spettro di conoscenze di nell'ambito dell'Analisi Matematica (funzioni di più variabili reali, successioni e serie di funzioni, equazioni differenziali) e completare la formazione nell'ambito della Geometria e dell'Algebra Lineare di base.

Capacità di applicare conoscenze e comprensione:

- essere in grado di produrre semplici dimostrazioni rigorose di risultati di Matematica.
 - essere in grado di leggere e comprendere, in modo autonomo, testi di base di Analisi Matematica e Geometria.
 - essere in grado di risolvere esercizi di base di Analisi Matematica II e Geometria (studi di funzione di più variabili, studi di successioni e serie di funzioni, integrazione multipla, equazioni differenziali, geometria analitica e algebra lineare).

Autonomia di giudizio. L'esposizione dei contenuti e delle argomentazioni sarà svolta in modo da migliorare la capacità dello studente di riconoscere dimostrazioni rigorose e individuare ragionamenti fallaci.

Abilità comunicative. La presentazione degli argomenti sarà svolta in modo da consentire l'acquisizione di una buona capacità di comunicare problemi, idee e soluzioni riguardanti l'Analisi Matematica e la Geometria, sia in forma scritta che orale.

Capacità di apprendimento. La capacità di apprendimento dello studente sarà stimolata proponendo esercizi da risolvere autonomamente.

METODI DIDATTICI

Lezioni frontali ed esercitazioni

MODALITA' D'ESAME

L'esame consiste in una prova scritta e in una prova orale e tali prove si svolgono in giorni distinti e prefissati; le date sono disponibili nel calendario degli esami del proprio Corso di Studi. La prova orale viene sostenuta solo dopo aver superato la prova scritta. Per accedere ad entrambe le prove bisogna prenotarsi sull'apposito portale degli studenti. Non è possibile sostenere la prova scritta se è stato assegnato un debito formativo in Analisi Matematica o in Geometria e questi non sono stati ancora superati.

Una volta superata la prova scritta, la prova orale deve essere necessariamente sostenuta nella stessa sessione pena il decadimento del risultato ottenuto nella prova scritta.

Prova scritta – Consiste nello svolgimento di esercizi relativi ai contenuti del corso.

Prova orale – Riguarda contenuti di carattere teorico (definizioni, teoremi e proprietà svolte a lezione); il contenuto è precisato dal programma del corso disponibile nella Scheda del corso (nell'elenco dei documenti disponibili nella sezione Corsi). Vengono richiesti solo gli argomenti effettivamente trattati a lezione (comprese le dimostrazioni svolte).

Serie numeriche. Serie convergenti e condizione di Cauchy. Serie divergenti positivamente e negativamente. Condizione necessaria per la convergenza. Convergenza della serie armonica e della serie geometrica. Serie a termini positivi. Carattere delle serie a termini positivi. Criterio del confronto e del confronto asintotico. Criterio integrale. Criterio del rapporto e della radice. Serie armonica generalizzata. Serie assolutamente convergenti e proprietà. Serie a segni alterni e criterio di Leibnitz.

Successioni di funzioni. Convergenza puntuale ed uniforme. Studio della convergenza puntuale ed uniforme. Continuità del limite uniforme. Teoremi di passaggio al limite sotto il segno di integrale e di derivata.

Serie di funzioni. Convergenza puntuale, uniforme ed assoluta di una serie di funzioni. Continuità della somma di una serie, teorema di integrazione termine a termine e di derivazione termine a termine. Convergenza totale di una serie di funzioni. Convergenza uniforme di una serie totalmente convergente. Criterio di Weierstrass.

Serie di potenze. Proprietà di convergenza assoluta. Raggio di convergenza. Proprietà del raggio di convergenza. Teorema di Abel. Calcolo del raggio di convergenza. Serie ottenute per derivazione e integrazione e loro raggio di convergenza.

Serie di Taylor. Criterio di sviluppabilità in serie di Taylor e sviluppi delle funzioni elementari.

Serie di Fourier. Polinomi trigonometrici e serie trigonometriche. Coefficienti di Fourier e serie di Fourier. Funzioni continue a tratti e regolari a tratti. Sviluppabilità in serie di Fourier. Serie di Fourier di funzioni di periodo arbitrario.

Struttura di \mathbf{R}^n . Base canonica di \mathbf{R}^n . Rappresentazione geometrica. Sfere aperte e chiuse. Distanza, intervalli e plurintervalli. Intorni di un punto e punti di accumulazione in \mathbf{R}^n . Insiemi aperti, chiusi e insiemi limitati in \mathbf{R}^n . Chiusura e proprietà. Interno e derivato di un sottoinsieme di \mathbf{R}^n . Frontiera di un sottoinsieme di \mathbf{R}^n . Direzioni, rette e segmenti in \mathbf{R}^n . Rappresentazioni parametriche. Insiemi connessi, insiemi connessi per archi, insiemi connessi per poligoni. Insiemi convessi. Insiemi stellati.

Funzioni di più variabili. Determinazione dell'insieme di definizione. Limiti e continuità per funzioni di più variabili. Continuità. Teorema di Weierstrass. Teorema dei valori intermedi.

Differenziabilità. Derivate direzionali e derivate parziali. Differenziabilità di una funzione. Continuità delle funzioni differenziabili. Gradiente. Relazioni tra differenziabilità ed esistenza di derivate direzionali. Teorema del differenziale totale. Derivate parziali di ordine superiore. Teorema di Schwartz sull'inversione dell'ordine di derivazione. Formula di Taylor al secondo ordine.

Funzioni di più variabili a valori vettoriali. Componenti di una funzione a valori vettoriali. Limiti, continuità, derivate direzionali, differenziale delle funzioni vettoriali. Matrice Jacobiana. Teorema sulla differenziabilità delle funzioni composte.

Massimi e minimi relativi di una funzione di più variabili. Massimi e minimi relativi (propri), assoluti e vincolati. Matrice Hessiana e sue proprietà. Punti stazionari. Condizione necessaria sul gradiente. Studio dei punti di massimo e minimo relativi ed assoluti utilizzando la matrice Hessiana. Condizioni necessarie e sufficienti sui minori dell'Hessiano. Caso particolare delle funzioni di due variabili. Punti di sella. Studio di massimi e minimi assoluti su insiemi chiusi e limitati. Massimi e minimi vincolati; metodo dei moltiplicatori di Lagrange.

Integrali multipli. Misura di insiemi normali nel piano e nello spazio. Definizione di integrale di una funzione continua di più variabili. Suddivisioni, somme inferiori e superiori, Definizione di integrabilità. Formule di riduzione. Teorema di cambiamento di variabile per gli integrali multipli. Cambiamento di variabili in coordinate polari in \mathbf{R}^2 . Cambiamento di variabili in coordinate sferiche e cilindriche in \mathbf{R}^3 .

Curve e superfici. Curve ed equazioni parametriche. Curve semplici e curve chiuse. Curve regolari. Curve, rettificabili e relativa lunghezza. Rettificabilità delle curve regolari. Lunghezza del grafico di una funzione. Integrale curvilineo di una funzione reale. Superfici regolari, integrali di superficie e area di una superficie regolare.

Campi vettoriali. Integrale curvilineo di un campo vettoriale. Potenziali. Campi conservativi e

caratterizzazione mediante gli integrali curvilinei. Irrotazionalità dei campi conservativi. Campi irrotazionali in domini stellati e semplicemente connessi. Flusso di un campo vettoriale. Teorema della divergenza. Formule di Gauss-Green.

Equazioni differenziali. Definizione di soluzione e problema di Cauchy. Riduzione di un'equazione differenziale di ordine m ad un sistema di m equazioni differenziali del primo ordine. Riduzione di un sistema del primo ordine ad un'unica equazione differenziale vettoriale. Equivalenza del problema di Cauchy con il problema di Liouville. Lemma di Gronwall. Teorema di esistenza e unicità locale. Teorema di esistenza globale. Prolungamenti e soluzioni massimali. Equazioni differenziali lineari del primo ordine e di ordine n omogenee e complete. Struttura dell'insieme delle soluzioni di un'equazione differenziale di ordine n . Wronskiano di n soluzioni e teorema del Wronskiano. Determinazione della soluzione particolare nel caso di termine noto particolare e nel caso generale con il metodo della variazione delle costanti arbitrarie. Altri tipi di equazioni differenziali (a variabili separabili, di Bernoulli, omogenee, mancanti della x o della y).

Forme quadratiche: Definizioni. Matrici definite, semidefinite e indefinite.

Spazi euclidei. Definizione, norma, distanza e disuguaglianza di Cauchy-Schwarz e di Minkowski.

Complementi di Geometria analitica del piano: Trasformazioni del piano. Coniche e loro classificazione

Geometria analitica dello spazio. Rette, piani e sfere: equazioni cartesiane e parametriche e posizioni reciproche. Cenni sulle quadriche. Trasformazioni nello spazio.

TESTI DI RIFERIMENTO

- A. Albanese, A. Leaci, D. Pallara, Appunti del corso di Analisi Matematica II, disponibile in rete
- G. De Cecco, R. Vitolo, Note di Algebra e Geometria, disponibile in rete.
- P. Marcellini-C. Sbordone: Esercitazioni di Matematica 2, parte I e II, Liguori Editore, Napoli, 1991.
- G. Calvaruso, R. Vitolo, Esercizi di Geometria e Algebra, disponibile in rete
- N. Fusco-P. Marcellini-C. Sbordone: Analisi Matematica due, Liguori, Napoli, 1996.

- Cosimo De Mitri, Raccolta di Esercizi di Analisi Matematica, Unisalento Press